

DEVOIR SURVEILLE DE PHYSIQUE N° 2

(5 pages)

2^{ème} Année de 1^{er} Cycle

Date du D.S. : Vendredi 22 Janvier 1999

Durée : 4h

Document autorisé : AUCUN

Diverses informations sont annexées à la fin du texte.

- Conseils :**
- Présenter votre copie avec clarté et concision.
 - La numérotation des pages de votre copie est indispensable.
 - Les notations utilisées dans les énoncés doivent être respectées.
 - Les démarches nécessaires à l'obtention d'un résultat numérique devront apparaître sur votre copie.
 - Les questions notées °) seront considérées d'importance sensiblement équivalente à la correction.

EXERCICE N° 1

I. On considère deux ondes planes $y_1(x,t)$ et $y_2(x,t)$ de même amplitude réelle Y , se propageant selon l'axe Ox , avec des vitesses angulaires ω_1 et ω_2 et des vecteurs d'onde k_1 et k_2 respectivement et telles que :

$$y_1(x,t) = Y \cos(\omega_1 t - k_1 x)$$

$$y_2(x,t) = Y \cos(\omega_2 t - k_2 x)$$

$$\text{avec} \quad \omega_0 = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \quad \Delta\omega = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \quad \omega_0 \gg \Delta\omega$$

$$k_0 = \frac{k_1 + k_2}{2} \quad \Delta k = \frac{k_1 - k_2}{2}$$

Leur superposition conduit à une onde résultante de la forme :

$$y(x,t) = \underset{f(x,t)}{f(t)} \cos(\omega_0 t - k_0 x)$$

1°) Expliciter $f(t)$ en fonction de Y , $\Delta\omega$ et Δk .

2°) Représenter l'allure de $y(x,t)$ en fonction de t pour une position x donnée, en précisant les périodes caractéristiques.

3°) Expliciter les deux vitesses de propagation caractéristiques de l'onde résultante $y(x,t)$. En considérant l'énergie proportionnelle au carré de l'amplitude, préciser la vitesse de propagation de l'énergie (en justifiant votre réponse).

4°) Deux lasers émettent dans le vide deux radiations de longueurs d'onde λ_1 et λ_2 très proches de $\lambda_0 = 1,064 \text{ } \mu\text{m}$. La fréquence de leur battement $\nu_B = (\nu_2 - \nu_1)$ est de 25 GHz. Calculer numériquement la longueur d'onde λ_B de leur battement (la vitesse de la lumière dans le vide est $c = 2,998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$).

II. L'onde $y(t)$ est maintenant la résultante d'une infinité de vibrations de même amplitude Y et de vitesse angulaire ω comprise entre $\omega_0 - \Delta\omega$ et $\omega_0 + \Delta\omega$, soit :

$$y(t) = \frac{1}{2\Delta\omega} \int_{\omega_0 - \Delta\omega}^{\omega_0 + \Delta\omega} Y \exp(j\omega t) d\omega \quad \text{avec } \omega_0 \gg \Delta\omega$$

1°) Montrer que la fonction y est de la forme $y(t) = g(t) \exp(j\omega_0 t)$ et expliciter la fonction $g(t)$.

2°) Donner l'allure de la partie réelle de $y(t)$ en fonction de t en précisant les points caractéristiques.

EXERCICE N° 2

I. Une corde, de raideur négligeable, a une longueur L et une masse linéique μ . Sa position d'équilibre est parallèle à l'axe horizontal Ox et elle est soumise à une tension T .

1°) Dans l'hypothèse de petits déplacements verticaux $y(x,t)$ par rapport à la position d'équilibre, appliquer la relation fondamentale de la dynamique à un élément dx de cette corde, en négligeant l'action de la pesanteur. Expliciter les projections selon Ox et Oy . Conclusion ?

2°) En déduire l'équation de propagation des vibrations transversales.

3°) Calculer leur vitesse de propagation v à partir des solutions $y(x,t)$ de la forme $f(t \pm x/v)$ en fonction de T et de μ .

4°) En considérant une solution à variables séparées de la forme $y(x,t) = f(x) g(t)$, déterminer la solution générale de l'équation de propagation.

5°) En sachant que la corde est fixée aux deux extrémités (pour $x = 0$ et pour $x = L$), préciser la solution correspondante et montrer que ω ne peut prendre que des valeurs particulières qui seront précisées.

6°) La corde utilisée est de nature métallique, de masse volumique $\rho = 7,86 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ et possède un rayon égal à 0,5 mm. Sa longueur L est de 1,22 m. Quelle doit être sa tension T pour que la fréquence fondamentale ν_0 de cette corde (fréquence propre la plus basse) soit le La_3 , c'est-à-dire 440 Hz ? En déduire la vitesse de propagation v des ondes transversales dans cette corde.

II. On considère la même corde horizontale que précédemment, fixée aux deux extrémités $x = 0$ et $x = L$, mais l'action de la pesanteur ne peut plus être négligée.

1°) Dans l'hypothèse de petits déplacements verticaux $y(x,t)$ par rapport à la position d'équilibre, appliquer la relation fondamentale de la dynamique à un élément dx de cette corde, en tenant compte de son poids (g représentera l'accélération de la pesanteur) et en déduire une nouvelle équation de propagation des vibrations transversales.

2°) Déterminer les solutions de cette équation de propagation sous la forme :

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

dans laquelle $y_1(x,t)$ est la solution dans le cas où le poids est négligé et $y_2(x,t)$ représente l'écart dû à la pesanteur.

EXERCICE N° 3

Le dispositif interférentiel de Mach-Zehnder est représenté sur la figure 1.

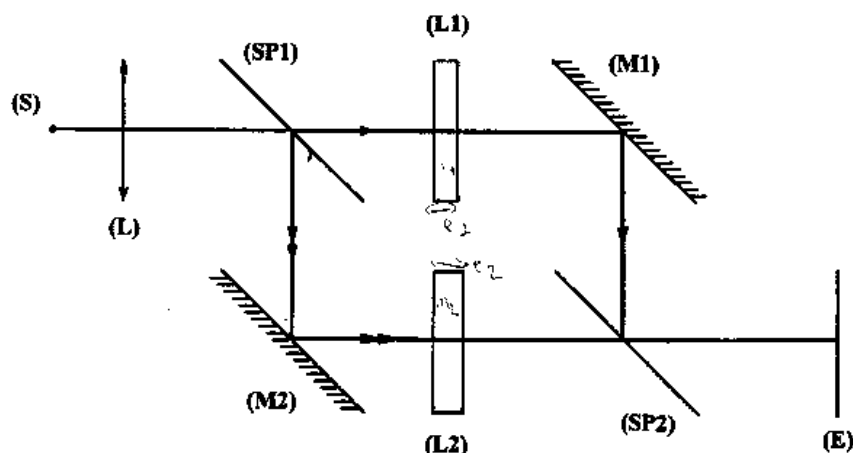


Figure 1.

Une source ponctuelle (S) est placée au foyer principal objet d'une lentille convergente (L). Deux miroirs (M1) et (M2) ainsi que deux lames séparatrices (SP1) et (SP2) sont inclinés à $\pi/4$ par rapport aux faisceaux optiques. Les deux faisceaux optiques qui se recomposent au niveau de (SP2) possèdent la même intensité et, en l'absence des deux lames (L1) et (L2), ne présentent aucun déphasage au niveau de l'écran (E). Les réflexions multiples dans les lames transparentes seront ignorées.

I. La source (S) est ponctuelle et monochromatique (de longueur d'onde λ)

1°) Deux lames transparentes à faces parallèles (L1) et (L2) sont disposées perpendiculairement à chaque faisceau optique (cf. figure 1). (L1) a une épaisseur e_1 et un indice n_1 , (L2) a une épaisseur e_2 et un indice n_2 . Calculer le déphasage Φ au niveau de l'écran (E) entre les deux faisceaux qui interfèrent. En déduire la condition sur λ pour obtenir une intensité minimale (obscurité) au niveau de l'écran (E).

2°) Les deux lames sont maintenant identiques ($e = e_1 = e_2$ et $n = n_1 = n_2$) mais la lame (L2) est inclinée d'un angle α (supposé petit) par rapport à sa position précédente (cf. figure 2).

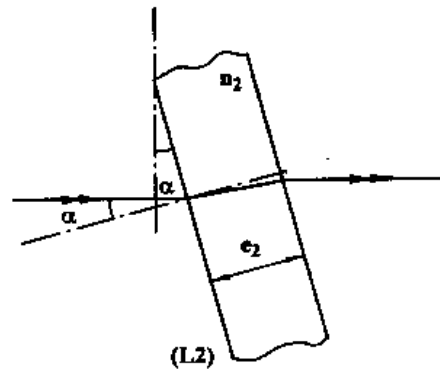


Figure 2.

Préciser l'aspect de l'écran et expliciter la nouvelle condition sur λ pour avoir une intensité minimale au niveau de l'écran (E) (les approximations seront faites en conservant l'ordre 2).

3°) La lame (L2) est remplacée par un prisme (P) d'angle au sommet θ (supposé très petit) et d'indice n_p . La première face est perpendiculaire au faisceau optique (cf. figure 3).

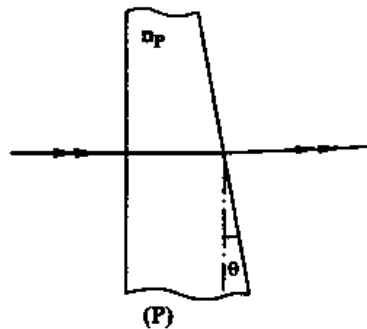


Figure 3.

Justifier le nouvel aspect de l'écran (E). Calculer l'interfrange i (plus petite distance entre deux franges de même nature) au niveau de l'écran (E).

4°) Calculer numériquement l'interfrange i pour $\theta = 3,491 \times 10^{-3}$ rad, $n_p = 1,50$ et $\lambda = 0,546 \mu\text{m}$.

II. La source (S) est une source ponctuelle blanche, polychromatique avec un spectre continu dans le domaine visible.

1°) Les lames (L1) et (L2) ayant des épaisseurs e_1 et e_2 et des indices n_1 et n_2 sont placées perpendiculairement aux faisceaux optiques (cf. figure 1). Préciser l'aspect de l'écran (E). Montrer que certaines longueurs d'onde sont absentes au niveau de l'écran (E).

2°) Le spectre de la source (S) s'étalant de $0,4 \mu\text{m}$ à $0,8 \mu\text{m}$, calculer l'ensemble des longueurs d'onde absentes au niveau de l'écran lorsque $e_1 = 2,6 \text{ mm}$, $e_2 = 2,7 \text{ mm}$ et $n_1 = n_2 = 1,50$.