

**DEVOIR SURVEILLE DE PHYSIQUE N° 2**  
(6 pages)2<sup>ème</sup> Année de 1<sup>er</sup> Cycle

Date du D.S. : Vendredi 19 Janvier 1996

Durée : 4h

Document autorisé : AUCUN

Diverses informations sont annexées à la fin du texte.

- 
- Conseils :
- Présenter votre copie avec clarté et concision
  - La numérotation des pages de votre copie est indispensable
  - Les notations utilisées dans les énoncés doivent être respectées
  - Les questions notées °) seront considérées d'importance sensiblement équivalente à la correction.
- 

**EXERCICE N° 1**

I - Un conduit cylindrique horizontal d'axe  $\vec{Ox}$ , de section constante  $S$ , contient un fluide qui en équilibre, possède une masse volumique  $\rho_0$  sous une pression  $P_0$ . Son coefficient de compressibilité adiabatique est  $\chi = -\frac{1}{V} \cdot \frac{\partial V}{\partial P}$ .

Une onde acoustique se propage dans ce milieu entraînant un déplacement  $u(x, t)$  et une surpression  $p(x, t)$  relativement aux conditions d'équilibre. La dilatation  $\Delta$  représente la variation relative de volume du fluide lors du passage de l'onde. Le fluide sera toujours considéré proche de sa situation d'équilibre et les approximations correspondantes seront utilisées.

1°) En examinant une tranche élémentaire de fluide d'épaisseur  $dx$ , calculer la dilatation  $\Delta$  en fonction de  $\frac{\partial u}{\partial x}$  et en déduire l'expression du coefficient de compressibilité  $\chi$  faisant intervenir l'onde de pression  $p(x, t)$ .

2°) En appliquant la loi fondamentale de la dynamique à cet élément de fluide  $dx$ , déterminer l'équation de propagation de l'onde de déplacement  $u(x, t)$ .

3°) Montrer que cette équation de propagation s'applique également à l'onde de pression  $p(x, t)$  et à la vitesse acoustique  $v(x, t) = \frac{\partial u}{\partial t}$ . En testant une fonction solution de la forme  $f(x \pm Vt)$ , expliciter la vitesse de propagation de l'onde acoustique  $V$ .

4°) En considérant ce fluide comme un gaz parfait de masse molaire  $M$  à la température  $T$ , calculer littéralement et numériquement la vitesse de propagation  $V$  de l'onde.

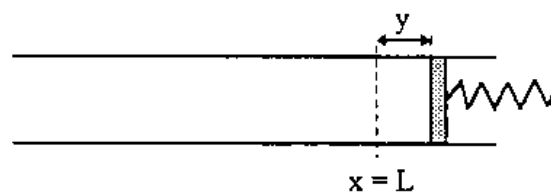
A.N. :  $M = 29 \text{ g}$  ;  $\gamma = 1,4$  ;  $R = 8,32 \text{ J/K.mole}$  ;  $T = 293 \text{ K}$

II - Dans le conduit précédent se propage selon  $\vec{Ox}$  une onde acoustique incidente, plane, de pulsation  $\omega$ , de vecteur d'onde  $\vec{k}$ , représentée par  $u_i(x, t) = a_i \cdot \exp[i(\omega t - kx)]$ ,  $a_i$  étant une constante complexe.

1°) A partir de l'équation de propagation, retrouver la relation entre le module du vecteur d'onde  $k$  et la pulsation  $\omega$ . Exprimer l'onde de pression incidente  $p_i(x, t)$  et la vitesse acoustique  $v_i(x, t)$  en fonction de  $u_i(x, t)$  et de  $k$ ,  $\omega$  et  $\chi$ .

2°) La présence d'une charge acoustique à l'extrémité du conduit entraîne l'existence d'une onde réfléchie  $u_r(x, t) = a_r \exp[i(\omega t + kx)]$ ,  $a_r$  étant une constante complexe. L'onde résultante  $u(x, t)$  est la superposition des ondes incidente et réfléchie. L'impédance acoustique  $Z(x, t)$  en un point  $x$  du conduit est définie par le rapport de la surpression  $p(x, t)$  sur le débit acoustique  $Sv(x, t)$ . Calculer  $Z$  en fonction de  $a_i$ ,  $a_r$ ,  $k$ ,  $x$  et  $Z_0 = \frac{\rho_0 V}{S}$ .

3°) En l'abscisse  $x = L$ , le conduit est fermé par une membrane élastique assimilable à un piston de masse  $m$  coulissant sans frottement et muni d'un ressort de rappel de constante de raideur  $C$ . A l'équilibre, le piston se trouve en  $x = L$  alors que son déplacement est repéré par  $y(t)$  en situation hors équilibre. La pression au-delà du piston est en permanence la pression d'équilibre  $P_0$ .



En appliquant la relation fondamentale de la dynamique au niveau du piston, déterminer l'équation du mouvement du piston  $y(t)$  en fonction de  $p(L, t)$ ,  $S$ ,  $m$ ,  $\omega$  et  $C$ .

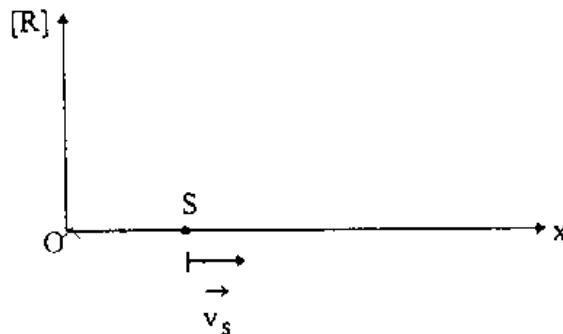
4°) En déduire l'expression de l'impédance acoustique  $Z_L$  en  $x = L$ .

5°) Le coefficient de réflexion complexe  $\Gamma(x, t)$  des ondes de déplacement étant défini comme le rapport de l'onde réfléchie sur l'onde incidente, calculer  $\Gamma(L)$  en fonction de  $Z_0$  et  $Z_L$ , ainsi que  $\tan \phi$  en fonction de  $\omega$ ,  $S$ ,  $Z_0$ ,  $m$  et  $C$ ,  $\phi$  étant le déphasage lors de la réflexion au niveau de l'impédance  $Z_L$ .

## EXERCICE N° 2

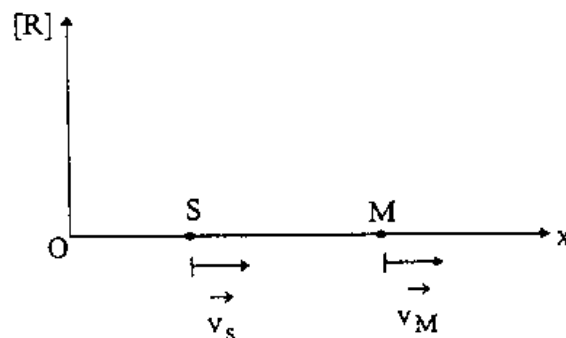
Dans un référentiel  $[R]$  lié au milieu de propagation, une source  $S$  se déplace à la vitesse  $\vec{v}_S$  selon la direction  $\vec{Ox}$  et émet une onde monochromatique de fréquence  $f$ .

La vitesse de propagation de l'onde monochromatique de fréquence  $f$  dans le milieu est  $V$ . La distance entre deux maxima d'amplitude consécutifs dans l'espace lorsque l'onde se propage est désignée par  $d$ . A un instant  $t$ , la source  $S$  émet un maximum d'amplitude. A l'instant  $t + T$ , la source  $S$  émet le maximum suivant.



(1°) Obtenir la relation existant entre  $T$ ,  $d$ ,  $V$  et  $v_S$  (en considérant  $|v_S| < V$ ).

(2°) Un récepteur mobile  $M$  se déplaçant à la vitesse  $\vec{v}_M$  selon la direction  $\vec{Ox}$ , perçoit un maximum d'amplitude émis par la source  $S$  à l'instant  $t'$  et le maximum suivant à l'instant  $t' + T'$ .



Quelle relation peut-on formuler entre  $T'$ ,  $d$ ,  $V$  et  $v_M$  (en considérant  $|v_M| < V$ ) ?

3°) En déduire la formule de l'effet DOPPLER reliant  $f'$ , fréquence mesurée par le récepteur mobile à la fréquence  $f$  de l'onde émise par la source S. (Une expression unique tenant compte des différentes situations pourra être donnée en définissant une orientation positive au sens de propagation de l'onde source  $\rightarrow$  récepteur).

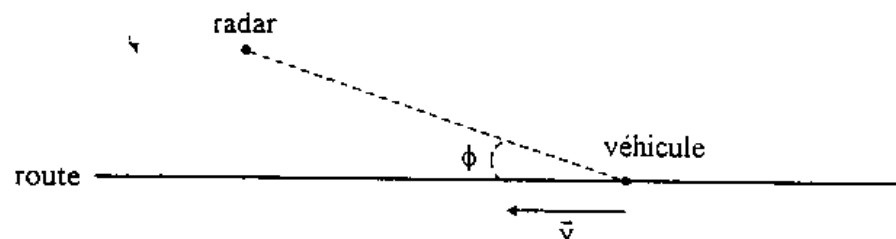
4°) Deux véhicules ayant des vitesses de module  $v_1$  et  $v_2$  se croisent sur une route. L'avertisseur sonore du premier véhicule a une fréquence  $f_1$ . Calculer littéralement puis numériquement le rapport  $f_2''/f_2'$ ,  $f_2'$  et  $f_2''$  correspondant à la fréquence de cet avertisseur perçue par les occupants du second véhicule respectivement avant et après leur croisement avec le premier véhicule lorsqu'il n'y a pas de vent.

A.N. :  $v_1 = 90 \text{ km/h}$  ,  $v_2 = 110 \text{ km/h}$  ,  $V = 340 \text{ m/s}$ .

5°) Reprendre le calcul du rapport  $f_2''/f_2'$  en présence d'un vent régulier dont la vitesse  $\vec{v}_V$  est de même sens que  $\vec{v}_1$ .

A.N. :  $v_V = 60 \text{ km/h}$ .

6°) Un radar DOPPLER est utilisé pour mesurer la vitesse  $v$  d'un véhicule et émet une onde électromagnétique de fréquence  $f$ , se propageant à la vitesse  $c$ . Le véhicule perçoit cette onde à la fréquence  $f'$  et la réfléchit à la fréquence  $f''$  vers le radar qui détecte la fréquence des battements  $\Delta f = |f'' - f|$ . Le radar n'est pas situé au bord de la route et il existe un angle  $\phi$  entre la direction radar - véhicule et la route.



Calculer  $\Delta f$  en fonction de  $f$ ,  $c$ ,  $v$  et  $\phi$  lorsque le véhicule s'approche du radar et lorsque le véhicule s'en éloigne.

7°) On donne  $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ,  $f = 5 \text{ GHz}$  et  $\Delta f = 1016 \text{ Hz}$ . Calculer la vitesse  $v$  en  $\text{km/h}$  lorsque  $\phi = 0$  et lorsque  $\phi = \frac{\pi}{10}$ .

### EXERCICE N° 3

Une onde acoustique incidente plane d'expression  $\psi_1 = a_0 \cdot \cos(\omega t - \vec{K} \cdot \vec{r})$  et de vecteur d'onde  $\vec{K} (k_1, k_2, 0)$  se propage librement dans l'espace. Le plan  $P_1$  d'équation  $y = 0$ , réfléchit totalement cette onde et conduit à l'existence d'une onde  $\psi_2$  de vecteur d'onde  $\vec{K}' (k'_1, k'_2, k'_3)$ . L'élongation sur le plan  $P_1$  est nulle en permanence.

- 1°) Quelle est l'expression  $\psi_T$  de l'onde résultante ?
- 2°) En tenant compte des conditions aux limites, préciser la fonction  $\psi_T$  et en déduire les composantes de son vecteur d'onde  $\vec{K}_T$ .
- 3°) Un second plan  $P_2$  d'équation  $y = d$ , réfléchit également totalement ces ondes. Trouver les conditions sur  $k_2$  pour que l'onde  $\psi_T$  se propage entre les plans  $P_1$  et  $P_2$ . Calculer la vitesse  $v$  de l'onde résultante  $\psi_T$ . La comparer à la vitesse de l'onde libre  $v_0$ .
- 4°) En raisonnant à partir du vecteur d'onde  $\vec{K}$ , montrer qu'il existe une fréquence limite  $\omega_c$  pour que la propagation entre les plans  $P_1$  et  $P_2$  soit possible.

## INFORMATIONS DIVERSES

- Lois des gaz parfaits  $P \cdot V = n RT$   
avec  $n$ , nombre de moles  
 $R$ , constante des gaz parfaits
- Processus adiabatique  $PV^\gamma = \text{constante}$   
avec  $\gamma = C_p/C_v$ , rapport de la chaleur molaire à pression constante sur la chaleur molaire à volume constant.

### Relations diverses :

$$\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin (\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos (\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2} (\alpha \pm \beta) \cos \frac{1}{2} (\alpha \mp \beta)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2} (\alpha - \beta)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta)$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos (\alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta)]$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos (\alpha - \beta) + \cos (\alpha + \beta)]$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin (\alpha - \beta) + \sin (\alpha + \beta)]$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \qquad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 \frac{1}{2} \alpha = \frac{1}{2} (1 - \cos \alpha) \qquad \cos^2 \frac{1}{2} \alpha = \frac{1}{2} (1 + \cos \alpha)$$

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2} (e^{i\theta} + e^{-i\theta})$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2i} (e^{i\theta} - e^{-i\theta})$$

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!} x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} x^3 + \dots$$