

DEVOIR SURVEILLE DE PHYSIQUE N° 2
(4 pages)2^{ème} Année de 1^{er} Cycle

Date du D.S. : Mercredi 17 Janvier 2001

Durée : 3h

Document autorisé : AUCUN

Diverses informations sont annexées à la fin du texte.

-
- Conseils :**
- Présenter votre copie avec clarté et concision.
 - La numérotation des pages de votre copie est indispensable.
 - Les notations utilisées dans les énoncés doivent être respectées.
 - Les démarches nécessaires à l'obtention d'un résultat numérique devront apparaître sur votre copie.
 - Les questions notées °) seront considérées d'importance sensiblement équivalente à la correction.
-

EXERCICE N° 1

Une corde sans raideur, de masse linéaire μ , coïncide au repos avec l'axe \overline{Ox} . Le déplacement transversal de cette corde (considéré toujours très petit) est désigné par $y(x,t)$ au point d'abscisse x et à l'instant t . L'intensité de la tension de la corde sera supposée constante et égale à T . Les forces dues à la pesanteur seront négligées.

1°) A partir de la loi fondamentale de la dynamique, démontrer l'équation de propagation des ondes transversales en précisant les approximations utilisées.

2°) En considérant une solution de la forme $y(x,t) = f(x \pm Vt)$, déterminer la vitesse de propagation V des ondes transversales le long de cette corde.

3°) La corde en nylon a un diamètre de 0,5 mm et une masse volumique de 1180 kg m^{-3} . Maintenu entre deux points fixes distants de 50 cm, le mode fondamental de vibration des ondes transversales est obtenu pour une fréquence de 300 Hz. Calculer numériquement la vitesse de propagation V des ondes le long de cette corde ainsi que la tension T à laquelle elle est soumise.

4°) Cette corde est maintenant constituée de deux tronçons raccordés en $x = 0$, le premier de masse linéaire μ_1 pour $x < 0$, le second de masse linéaire μ_2 pour $x > 0$ et soumis à la même tension T . Une onde incidente se dirige dans le premier tronçon dans le sens positif et a pour expression

$$y_i(x,t) = A \exp[j(\omega t - k_1 x)]$$

A étant l'amplitude réelle et positive de cette onde et ω sa pulsation. Il y a ainsi naissance dans cette corde d'une onde réfléchie et d'une onde transmise exprimées respectivement par

$$y_r(x,t) = r A \exp[j(\omega t + k_1 x)] \quad \text{et} \quad y_t(x,t) = t A \exp[j(\omega t - k_2 x)].$$

Les termes k_1 et k_2 représentent les normes des vecteurs d'onde dans les tronçons 1 et 2.

r et t sont les coefficients complexes de réflexion et de transmission en amplitude.

En exprimant la continuité en $x = 0$ d'une part, du déplacement transversal et d'autre part, de la composante transversale de la tension, calculer r et t en fonction de k_1 et k_2 .

5°) Expliciter les coefficients r et t en fonction de μ_1 et de μ_2 .

Calculer r et t dans les trois cas suivants et discuter :

$$\mu_1 \gg \mu_2$$

$$\mu_1 \ll \mu_2$$

$$\mu_1 = \mu_2$$

EXERCICE N° 2

Une onde plane a pour expression $\Psi_1 = A \cos(\omega t - \vec{K}_1 \cdot \vec{r})$, \vec{K}_1 représentant son vecteur d'onde de composantes k_{1x} , k_{1y} et k_{1z} . Cette onde se réfléchit totalement sur le plan (\mathcal{P}) d'équation $z = 0$, ce qui crée l'onde réfléchie Ψ_2 d'expression $A \cos(\omega t - \vec{K}_2 \cdot \vec{r} + \Phi)$ et ayant pour vecteur d'onde \vec{K}_2 (k_{2x} , k_{2y} , k_{2z}).

1°) Déterminer l'expression de l'onde Ψ qui résulte de la superposition de Ψ_1 et de Ψ_2 . Sachant que sur le plan réflecteur l'élongation doit être nulle en permanence, préciser l'expression finale de l'onde Ψ .

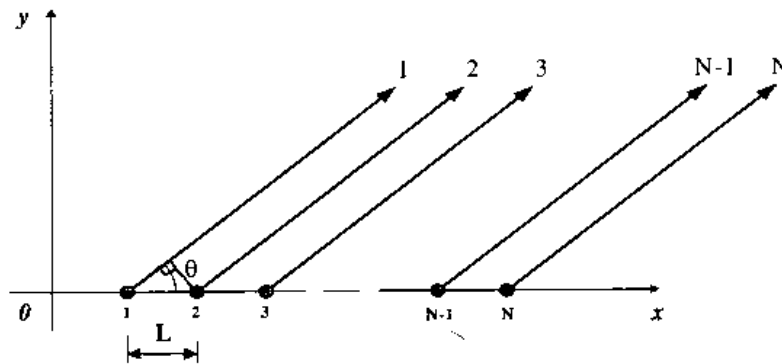
2°) Le vecteur d'onde de Ψ étant désigné par \vec{K} , déterminer ses composantes k_x , k_y et k_z . Indiquer la façon dont se propage l'onde résultante Ψ .

3°) On impose un second plan réflecteur total (\mathcal{P}') d'équation $z = L$. En déduire les nouvelles conditions imposées à l'onde Ψ . Calculer les valeurs possibles pour la composante k_{1z} .

4°) Calculer la vitesse de propagation V de l'onde Ψ et la comparer à la vitesse V_1 de l'onde initiale Ψ_1 .

5°) En comparant les normes des vecteurs d'onde \vec{K}_1 et \vec{K} , montrer qu'il existe un domaine de fréquences limité par ν_1 pour que la propagation entre les plans (\mathcal{P}) et (\mathcal{P}') soit possible.

EXERCICE N° 3



Un dispositif interférentiel est constitué de N antennes identiques, émettrices d'ondes radioélectriques et réparties sur une ligne d'axe \overrightarrow{Ox} de façon équidistante : elles forment ainsi un réseau de pas L . Chaque antenne peut être considérée comme une source ponctuelle émettant une onde radioélectrique de manière isotrope dans le plan (\mathcal{P}) contenant les axes \overrightarrow{Ox} et \overrightarrow{Oy} . A grande distance, l'onde émise sera considérée comme une onde plane monochromatique, de longueur d'onde λ et de pulsation ω .

1°) Calculer la différence de marche optique δ existant entre 2 ondes émises dans la direction définie par l'angle θ par 2 antennes consécutives émettant en phase. En déduire le déphasage ϕ correspondant.

2°) En désignant par A l'amplitude réelle de chaque onde, déterminer l'expression de l'onde résultante Ψ_r émise par l'ensemble du réseau dans la direction θ en fonction de A , de N , de ϕ et de ω .

3°) Calculer l'intensité globale $I(\theta)$ émise par ce réseau pour toute direction θ en fonction de I_0 , intensité d'une seule onde, de N , L , λ et θ .

4°) En déduire la position angulaire θ_p des maxima principaux d'ordre p .

5°) Lors de l'émission, un déphasage supplémentaire dépendant du temps $\Delta\phi(t)$ est créé entre les ondes émises par 2 antennes consécutives. Déterminer le déphasage total ϕ_r entre 2 ondes émises par 2 antennes consécutives et en déduire la nouvelle position angulaire $\theta_p(t)$ des maxima d'ordre p .

6°) Exprimer la fonction $\Delta\phi(t)$ pour que le maximum principal d'ordre 0 tourne dans le plan (\mathcal{P}) à une vitesse angulaire Ω , créant ainsi un faisceau tournant.

INFORMATIONS DIVERSES

- Somme des termes d'une série géométrique :

$$S_N = A_0 \frac{1-q^N}{1-q} \qquad S_\infty = A_0 \frac{1}{1-q}$$

- Relations trigonométriques diverses :

$$\tan \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha \qquad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin (\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta \qquad \cos (\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2} (\alpha \pm \beta) \cos \frac{1}{2} (\alpha \mp \beta)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2} (\alpha - \beta)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta)$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos (\alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta)]$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos (\alpha - \beta) + \cos (\alpha + \beta)]$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin (\alpha - \beta) + \sin (\alpha + \beta)]$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \qquad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 \frac{1}{2} \alpha = \frac{1}{2} (1 - \cos \alpha) \qquad \cos^2 \frac{1}{2} \alpha = \frac{1}{2} (1 + \cos \alpha)$$

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2} (e^{i\theta} + e^{-i\theta}) \qquad \sin \theta = \frac{1}{2i} (e^{i\theta} - e^{-i\theta})$$

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!} x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} x^3 + \dots$$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots \qquad \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots$$